

Επώνυμο:

Όνομα:

Ημερομηνία:

Τμήμα:

Άσκηση 1

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2x + 3y = -4$ και $\varepsilon_2 : -5x - 11y = 3$. Δείξτε, με τη μέθοδο των οριζουσών, ότι οι ε_1 και ε_2 τέμνονται και βρείτε το σημείο τομής τους.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

Άσκηση 2

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma) : \begin{cases} 12x - 21y = 15 \\ 20x - 35y = 25 \end{cases}$

A) Βρείτε την ορίζουσα του (Σ) .

B) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο και υπολογίστε τη μορφή των λύσεων.

Γ) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : 12x - 21y = 15$ και $\varepsilon_2 : 20x - 35y = 25$;

(Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ

Άσκηση 3

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} -12x + 21y = -15 \\ 20x - 35y = 2 \end{cases}$.

A) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο.

B) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1: -12x + 21y = -15$ και $\varepsilon_2: 20x - 35y = 2$;

(Μονάδες 3)

ΛΥΣΗ

Επώνυμο:

Όνομα:

Ημερομηνία:

Τμήμα:

Άσκηση 1

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2x + 3y = -4$ και $\varepsilon_2 : -5x - 11y = 3$. Δείξτε, με τη μέθοδο των οριζουσών, ότι οι ε_1 και ε_2 τέμνονται και βρείτε το σημείο τομής τους.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

Θεωρώ το σύστημα, $(\Sigma) : \begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ -5x - 11y = 3 \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -11 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-11) - 3 \cdot (-5) = -22 + 15 = -7 \neq 0$. Συνεπώς, το (Σ) έχει μοναδική λύση. Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται.

$$D_x = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -11 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-11) - 3 \cdot 3 = 44 - 9 = 35$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - (-4) \cdot (-5) = 6 - 20 = -14$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{35}{-7} = -5$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-14}{-7} = 2$$

Το σημείο τομής των ε_1 και ε_2 είναι το $A(-5, 2)$.

Άσκηση 2

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma) : \begin{cases} 12x - 21y = 15 \\ 20x - 35y = 25 \end{cases}$

Α) Βρείτε την ορίζουσα του (Σ) .

Β) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο και υπολογίστε τη μορφή των λύσεων.

Γ) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : 12x - 21y = 15$ και $\varepsilon_2 : 20x - 35y = 25$;

(Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ

A) $D = \begin{vmatrix} 12 & -21 \\ 20 & -35 \end{vmatrix} = 12 \cdot (-35) - (-21) \cdot 20 = -420 + 420 = 0$

B) $\begin{cases} 12x - 21y = 15 \\ 20x - 35y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 7y = 5 \\ 4x - 7y = 5 \end{cases}$, δηλαδή το (Σ) είναι αόριστο (απειρία λύσεων).

$$4x - 7y = 5 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{7y+5}{4} \Leftrightarrow x = \frac{7y+5}{4}$$

και οι άπειρες λύσεις του (Σ) είναι της μορφής $(x, y) = \left(\frac{7y+5}{4}, y \right)$, $y \in \mathbb{R}$.

Γ) $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_2$

Άσκηση 3

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} -12x + 21y = -15 \\ 20x - 35y = 2 \end{cases}$.

A) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο.

B) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1: -12x + 21y = -15$ και $\varepsilon_2: 20x - 35y = 2$;

(Μονάδες 3)

ΛΥΣΗ

A) $\begin{cases} (-3) \left\{ \begin{array}{l} -12x + 21y = -15 \\ 20x - 35y = 2 \end{array} \right. \\ 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 7y = 5 \\ 4x - 7y = \frac{2}{5} \end{cases}$. Συνεπώς το (Σ) είναι αδύνατο.

B) $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$